PART3　2次方程式の解の存在範囲

3　2 次方程式 $x^2-mx+3=0$ が 1 より大きい異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の値の範囲を求めよ。

Point Pickup

2次方程式 $f(x)=0$ の実数解は, 2次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標である。よって, 2 次方程式 $f(x)=0$ の解の存在範囲は, 2 次関数 $y=f(x)$ のグラフを用いて考えることができる。考えるポイントは次の 3 点

(i)　判別式 D　　(ii)　軸の位置　　(iii)　区間の端点の y 座標の符号

第 6 講　PART3　確認問題

1　2 次方程式 $x^2-2mx+9=0$ が -2 より小さい異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の値の範囲を求めよ。
選択肢は最も適切なものを選べ。

$f(x)=x^2-2mx+9$ とおくと，2 次方程式 $f(x)=0$ が -2 より小さい異なる 2 つの実数解をもつのは，次の(i)～(iii)が同時に成り立つときである。

(i)　2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式 D について　［ア］

(ii)　$y=f(x)$ のグラフの軸が　［イ］

(iii)　［ウ］

(i)～(iii)より，求める定数 m の値の範囲は　［エ］

[［ア］の選択肢]

①　$D<0$　　②　$D=0$　　③　$D>0$

[［イ］の選択肢]

①　$x<2$ の範囲にある　　②　$x=2$ である
③　$x>2$ の範囲にある　　④　$x<-2$ の範囲にある
⑤　$x=-2$ である　　⑥　$x>-2$ の範囲にある

[［ウ］の選択肢]

①　$f(2)<0$　　②　$f(2)=0$　　③　$f(2)>0$
④　$f(-2)<0$　　⑤　$f(-2)=0$　　⑥　$f(-2)>0$

[［エ］の選択肢]

①　$m<-\dfrac{13}{4}$　　②　$m<-2$
③　$-\dfrac{13}{4}<m<-3$　　④　$-\dfrac{13}{4}<m<-2$
⑤　$-3<m<-2$　　⑥　$-3<m<3$
⑦　$-2<m<3$　　⑧　$m>3$

PART3　2次方程式の解の存在範囲

3　2 次方程式 $x^2-mx+3=0$ が 1 より大きい異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の値の範囲を求めよ。

$f(x)=x^2-mx+3$ とおく。

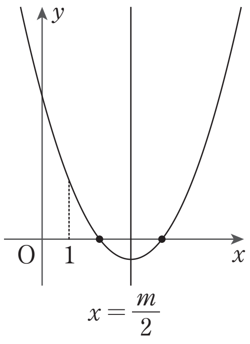
$f(x)=\left(x-\dfrac{m}{2}\right)^2-\dfrac{m^2}{4}+3$ であるから,

$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸の方程式は $x=\dfrac{m}{2}$

2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式を D とすると

$$D=(-m)^2-4\cdot1\cdot3=m^2-12$$

2 次方程式 $f(x)=0$ が 1 より大きい異なる 2 つの実数解をもつのは，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフが，x 軸の $x>1$ の部分と異なる 2 点で交わるときである。



つまり，次の(i)～(iii)が同時に成り立つときである。

(i)　$D>0$

(ii)　軸が $x>1$ の範囲にある

(iii)　$f(1)>0$

(i)～(iii)の条件から，m の値の範囲を求める。

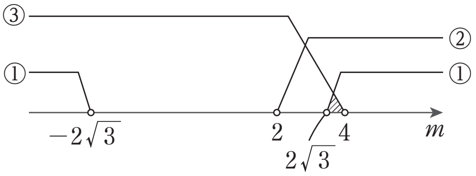
(i)　$m^2-12>0$ より $m<-2\sqrt{3}$，$2\sqrt{3}<m$ ……①

(ii)　$\dfrac{m}{2}>1$ より $m>2$　……②

(iii)　$f(1)=4-m>0$ より $m<4$　……③

①，②，③の共通範囲を求めて

$$2\sqrt{3}<m<4$$



第 6 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] ア：③，イ：④，ウ：⑥，エ：③

[解説]

$f(x)=x^2-2mx+9$ とおく。 [A]

$f(x)=(x-m)^2-m^2+9$ より，$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線で，軸の方程式は $x=m$

2 次方程式 $f(x)=0$ の判別式を D とすると

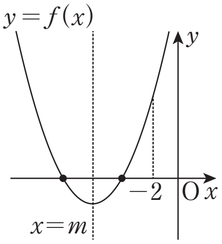
$$\frac{D}{4}=m^2-9$$

2 次方程式 $f(x)=0$ が -2 より小さい異なる 2 つの実数解をもつのは，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフが x 軸の $x<-2$ の部分と異なる 2 点で交わるときである。つまり，次の(i)～(iii)が同時に成り立つときである。

(i)　**$D>0$** [B]

(ii)　**軸が $x<-2$ の範囲にある**

(iii)　**$f(-2)>0$**



(i)　$\dfrac{D}{4}=m^2-9>0$ より

$$(m+3)(m-3)>0$$

よって　$m<-3,\ 3<m$　……(＊)

(ii)　軸の方程式は $x=m$ であるから

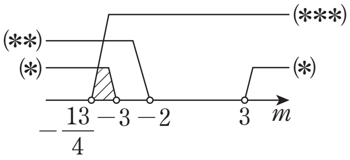
$$m<-2 \quad \cdots\cdots(＊＊)$$

(iii)　$f(-2)=4m+13>0$ より

$$m>-\frac{13}{4} \quad \cdots\cdots(＊＊＊)$$

(＊)，(＊＊)，(＊＊＊)の共通範囲を求めて

$$-\frac{13}{4}<m<-3$$



［A］ 2 次方程式 $f(x)=0$ の実数解は，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標である。

［B］ 2 次方程式 $f(x)=0$ の解の存在範囲は，2 次関数 $y=f(x)$ のグラフを用いて考えることができる。考えるポイントは次の 3 点
(i)　判別式 D
(ii)　軸の位置
(iii)　区間の端点の y 座標の符号